

**Муниципальный этап
математического турнира «Шаг в математику»**

от 28.03.22 на базе МБОУ «СОШ №1 г. Тосно» в 10.00

подготовили и провели учителя МБОУ «СОШ №3 г. Никольское»

Отборочный тур

1. Три груши и три сливы весят столько, сколько весят 6 яблок. 4 груши весят столько, сколько весят 5 яблок и 2 сливы. Что тяжелее 7 яблок или 5 груш?
2. Лешие выходят из леса парами. В каждой паре идет леший-мальчик и леший-девочка, причем у мальчика либо в два раза больше веток, либо в два раза меньше веток, чем у девочки. Может ли всего у леших быть 100 веток?
3. Клетки таблицы 6х6 раскрашены в чёрный и белый цвета так, что получилось 30 пар соседних клеток разного цвета и 16 пар соседних клеток чёрного цвета. (Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.) Сколько пар соседних клеток белого цвета?
4. На станцию привезли 420т угля в вагонах вместимостью по 15т, 20т и 25т. Сколько каких вагонов было использовано, если известно, что всего было 27 вагонов?

Отборочный тур

1. Три груши и три сливы весят столько, сколько весят 6 яблок. 4 груши весят столько, сколько весят 5 яблок и 2 сливы. Что тяжелее 7 яблок или 5 груш?
2. Лешие выходят из леса парами. В каждой паре идет леший-мальчик и леший-девочка, причем у мальчика либо в два раза больше веток, либо в два раза меньше веток, чем у девочки. Может ли всего у леших быть 100 веток?
3. Клетки таблицы 6х6 раскрашены в чёрный и белый цвета так, что получилось 30 пар соседних клеток разного цвета и 16 пар соседних клеток чёрного цвета. (Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.) Сколько пар соседних клеток белого цвета?
4. На станцию привезли 420т угля в вагонах вместимостью по 15т, 20т и 25т. Сколько каких вагонов было использовано, если известно, что всего было 27 вагонов?

Отборочный тур

1. Три груши и три сливы весят столько, сколько весят 6 яблок. 4 груши весят столько, сколько весят 5 яблок и 2 сливы. Что тяжелее 7 яблок или 5 груш?
2. Лешие выходят из леса парами. В каждой паре идет леший-мальчик и леший-девочка, причем у мальчика либо в два раза больше веток, либо в два раза меньше веток, чем у девочки. Может ли всего у леших быть 100 веток?
3. Клетки таблицы 6х6 раскрашены в чёрный и белый цвета так, что получилось 30 пар соседних клеток разного цвета и 16 пар соседних клеток чёрного цвета. (Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.) Сколько пар соседних клеток белого цвета?
4. На станцию привезли 420т угля в вагонах вместимостью по 15т, 20т и 25т. Сколько каких вагонов было использовано, если известно, что всего было 27 вагонов?

Отборочный тур (решение и ответы)

1. Три груши и три сливы весят столько, сколько весят 6 яблок. 4 груши весят столько, сколько весят 5 яблок и 2 сливы. Что тяжелее 7 яблок или 5 груш?

Решение. $3Г + 3С = 6Я$, тогда $1Г + 1С = 2Я$. По условию $4Г = 5Я + 2С$, тогда

$$1Г + 1С = 2Я$$

$$+4Г = 5Я + 2С$$

$$5Г + 1С = 7Я + 2С, \text{ откуда } 5Г = 7Я + 1С. \text{ Получили, что } 5 \text{ груш тяжелее } 7 \text{ яблок.}$$

2. Лешие выходят из леса парами. В каждой паре идет леший-мальчик и леший-девочка, причем у мальчика либо в два раза больше веток, либо в два раза меньше веток, чем у девочки. Может ли всего у леших быть 100 веток?

Решение. В каждой паре у одного из леших k веток, а у другого $2k$ веток, значит, у обоих вместе $3k$ веток. То есть общее число веток, собранных лешими, должно делиться на 3. А 100 не делится на 3.

Ответ: нет

3. Клетки таблицы 6×6 раскрашены в чёрный и белый цвета так, что получилось 30 пар соседних клеток разного цвета и 16 пар соседних клеток чёрного цвета. (Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.) Сколько пар соседних клеток белого цвета?

Решение. Угловые клетки имеют по 2 соседа, таких клеток в таблице 4, значит, всего пар $2 \cdot 4 = 8$. Крайние клетки (не угловые) имеют по 3 пары, таких клеток 16, значит, всего пар $16 \cdot 3 = 48$. Все остальные клетки имеют по 4 пары, таких клеток $36 - 4 - 16 = 16$, то есть 64 пары. Всего имеем пар $8 + 48 + 64 = 120$. В приведенных расчетах все пары взяты дважды (так как учитывались все клетки). Таким образом, уникальных пар $120 : 2 = 60$. Поэтому пар белого цвета $60 - 30 - 16 = 14$.

4. На станцию привезли 420т угля в вагонах вместимостью по 15т, 20т и 25т. Сколько каких вагонов было использовано, если известно, что всего было 27 вагонов?

Решение. Пусть было использовано x , y , z вагонов вместимостью 15т, 20т, и 25т соответственно. Тогда имеем $15x + 20y + 25z = 420$, $x + y + z = 27$, т.е. y и z должны удовлетворять уравнению

$15(27 - y - z) + 20y + 25z = 420$ в натуральных числах. Преобразовывая уравнение, получаем $y + 2z = 3$, т.е. $y = z = 1$ и $x = 25$. Итак, было использовано **25 вагонов по 15т, 1 вагон в 20т и 1 вагон в 25т.**

Критерии оценивания решений оборочного тура «Шаг в математику»

№ критерия	критерий	балл
1	Задание выполнено полностью , решение обосновано	2
2	Задание выполнено полностью ,не достаточно обосновано решение	1
3	не соответствует критериям 1 и 2	0

Дополнительная задача на отборочный тур

Бабушка, сколько лет твоему внуку? – Сегодня и у меня, и у него – день рождения. Моему внуку столько месяцев, сколько мне лет, а вместе нам 65 лет. Сколько лет внуку?

Ответ: _____

Команда _____

Дополнительная задача

Бабушка, сколько лет твоему внуку? – Сегодня и у меня, и у него – день рождения. Моему внуку столько месяцев, сколько мне лет, а вместе нам 65 лет. Сколько лет внуку?

Ответ: _____

Команда _____

Дополнительная задача

Бабушка, сколько лет твоему внуку? – Сегодня и у меня, и у него – день рождения. Моему внуку столько месяцев, сколько мне лет, а вместе нам 65 лет. Сколько лет внуку?

Ответ: _____

Команда _____

Дополнительная задача

Бабушка, сколько лет твоему внуку? – Сегодня и у меня, и у него – день рождения. Моему внуку столько месяцев, сколько мне лет, а вместе нам 65 лет. Сколько лет внуку?

Ответ: _____

Команда _____

Дополнительная задача

Отцу – 41 год, старшему сыну – 13 лет, дочери – 10 лет, а младшему сыну – 6 лет. Через сколько лет возраст отца окажется равным сумме лет его детей?

Ответ: _____

Команда _____

Дополнительная задача

Отцу – 41 год, старшему сыну – 13 лет, дочери – 10 лет, а младшему сыну – 6 лет. Через сколько лет возраст отца окажется равным сумме лет его детей?

Ответ: _____

Команда _____

Дополнительная задача

Отцу – 41 год, старшему сыну – 13 лет, дочери – 10 лет, а младшему сыну – 6 лет. Через сколько лет возраст отца окажется равным сумме лет его детей?

Ответ: _____

Команда _____

Дополнительная задача

Отцу – 41 год, старшему сыну – 13 лет, дочери – 10 лет, а младшему сыну – 6 лет. Через сколько лет возраст отца окажется равным сумме лет его детей?

Ответ: _____

Команда _____

Дополнительные задачи отборочного тура (ответ)

1. Бабушка, сколько лет твоему внуку? – Сегодня и у меня, и у него – день рождения. Моему внуку столько месяцев, сколько мне лет, а вместе нам 65 лет. Сколько лет внуку?

Ответ: 5 лет.

2. Отцу – 41 год, старшему сыну – 13 лет, дочери – 10 лет, а младшему сыну – 6 лет. Через сколько лет возраст отца окажется равным сумме лет его детей?

Ответ: через 6 лет

Полуфинал

Капитанский 1

В пенале лежит 10 ручек. Известно, что по крайней мере одна из ручек красная. Также известно, что если из пенала взять любые две ручки, то среди них обязательно будет синяя. Сколько красных ручек может быть в пенале? (1)

Задания (полуфинал)

1. Число 100 Ваня умножил то ли на 2, то ли на 3, прибавил к результату то ли 1, то ли 2, а потом поделил результат то ли на 3, то ли на 4. Получилось натуральное число. Какое?

2. В банке с компотом плавают сливы и абрикосы. Сливы составляют 40% всех фруктов. Вася выловил из банки несколько слив и съел их. Теперь оставшиеся сливы составили 20% всех фруктов в банке. Сколько процентов всех слив съел Вася?

3. Один странный мальчик по средам и пятницам говорит только правду, по вторникам всегда лжет, а в остальные дни недели он может и солгать и сказать правду. Семь дней подряд мальчика спрашивали, как его зовут. Первые шесть ответов, по порядку, были таковы: Женя, Боря, Вася, Вася, Петя, Боря. Как он ответил на седьмой день?

4. P и Q – середины оснований AD и BC трапеции $ABCD$ соответственно. Оказалось, что $AV = CV$, а точка P лежит на биссектрисе угла B . Докажите, что $BD = 2PQ$.

1. Число 100 Ваня умножил то ли на 2, то ли на 3, прибавил к результату то ли 1, то ли 2, а потом поделил результат то ли на 3, то ли на 4. Получилось натуральное число. Какое?
2. В банке с компотом плавают сливы и абрикосы. Сливы составляют 40% всех фруктов. Вася выловил из банки несколько слив и съел их. Теперь оставшиеся сливы составили 20% всех фруктов в банке. Сколько процентов всех слив съел Вася?
3. Один странный мальчик по средам и пятницам говорит только правду, по вторникам всегда лжет, а в остальные дни недели он может и солгать и сказать правду. Семь дней подряд мальчика спрашивали, как его зовут. Первые шесть ответов, по порядку, были таковы: Женя, Боря, Вася, Вася, Петя, Боря. Как он ответил на седьмой день?
4. P и Q – середины оснований AD и BC трапеции $ABCD$ соответственно. Оказалось, что $AV = CV$, а точка P лежит на биссектрисе угла B . Докажите, что $BD = 2PQ$.

Решение (полуфинал)

1.(1 шаг) 200 или 300.

(2 шаг) 202 или 302 - нет делимости ни на 3, ни на 4. Значит прибавил не 2, а 1 и получил 201 или 301.

(3 шаг) $201:3=67$, а 301 не делится на 3 и на 4.

Ответ: 67

2. n шт- фруктов в банке. $0,4n$ шт – слив. k шт – слив съел Вася. $(n-k)$ шт –осталось фруктов. $(0,4n-k)$ шт – осталось слив.

Тогда $0,4n-k=0,2(n-k)$, $0,2n=0,8k$, $n=4k$.

$k/0,4n=k/(0,4 \cdot 4k)=5/8=0,625$ – съел Вася от общего числа слив. $0,625=62,5\%$.)

Ответ: 62.5%

3. Ни одно имя не встречается с промежутком в 1 день, значит среди этих дней не было среды и пятницы вместе. Значит седьмой день – среда или пятница.

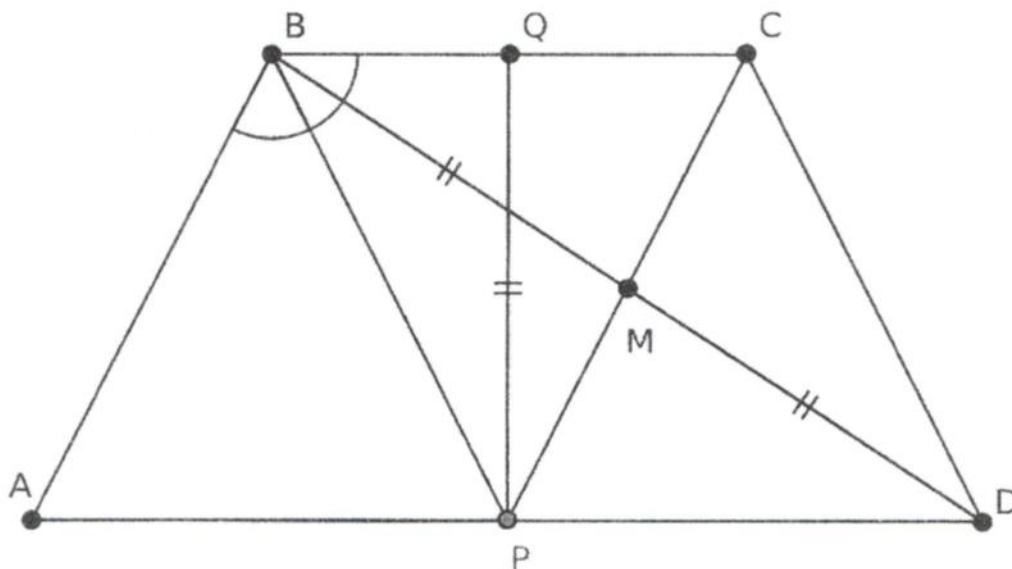
1) Среда. Тогда получится, что во вторник и в пятницу сказал одно и то же (невозможно: во вторник – лжет, в пятницу – говорит правду)

2) Пятница. Тогда среда – правда – Петя. А седьмой день пятница – правда – Петя.

Ответ : Петя

4. Решение.

Заметим, что треугольники BPA и BPC равны (BP – общая, $AB = BC$, $\angle ABP = \angle CBP$). Значит, $\angle A = \angle BCP$, откуда $180^\circ = \angle A + \angle B = \angle B + \angle BCP$, откуда $CP \parallel AB$. Значит, $ABCP$ – ромб ($AB = BC$) и $BC = AP = PD$. Тогда $BCDP$ – параллелограмм. Обозначим через M точку пересечения его диагоналей. Заметим, что PQ и BM – медианы к боковым сторонам в равнобедренном треугольнике BPC . Значит, они равны. Из свойств параллелограмма имеем $BM = MD$, откуда $BD = 2BM = 2PQ$.



Протокол математического боя (полуфинал)
муниципального этапа математического турнира
«Шаг в математику»

№	Команда	вызов 1	вызов 2	вызов 3	вызов 4	ИТОГ
1						
2						

Жюри:

Финал

Капитанский 2

Дворник работает по вторникам, пятницам и нечетным числам. Какое наибольшее количество дней подряд он может работать?(6)

Или:

Все костяшки домино выложили в цепь. На одном конце оказалось 5 очков. Сколько очков на другом конце?(5)

Задания (финал и за 3 место)

1. Число 100 Ваня умножил то ли на 2, то ли на 3, прибавил к результату то ли 1, то ли 2, а потом поделил результат то ли на 3, то ли на 4. Получилось натуральное число. Какое?

2. В банке с компотом плавают сливы и абрикосы. Сливы составляют 40% всех фруктов. Вася выловил из банки несколько слив и съел их. Теперь оставшиеся сливы составили 20% всех фруктов в банке. Сколько процентов всех слив съел Вася?

3. Один странный мальчик по средам и пятницам говорит только правду, по вторникам всегда лжет, а в остальные дни недели он может и солгать и сказать правду. Семь дней подряд мальчика спрашивали, как его зовут. Первые шесть ответов, по порядку, были таковы: Женя, Боря, Вася, Вася, Петя, Боря. Как он ответил на седьмой день?

4. P и Q – середины оснований AD и BC трапеции $ABCD$ соответственно. Оказалось, что $AV = CD$, а точка P лежит на биссектрисе угла B . Докажите, что $BD = 2PQ$.

1. Килограмм мяса с костями стоит 165 рублей, килограмм мяса без костей стоит 240 рублей, а килограмм костей стоит 40 рублей. Сколько граммов костей в килограмме мяса с костями?

2. Килограмм мяса с костями стоит 165 рублей, килограмм мяса без костей стоит 240 рублей, а килограмм костей стоит 40 рублей. Сколько граммов костей в килограмме мяса с костями?

3. От шоссе к четырем поселкам A, B, C, D последовательно отходят четыре дороги.

Известно, что путь по дороге/шоссе/дороге от A до B равен 9 км, от A до C — 13 км, от B до C — 8 км, от B до D — 14 км. Найдите длину пути по дороге/шоссе/дороге от A до D . Ответ объясните.

4. Какой может быть сумма цифр числа, делящегося на 7?

Решение (финал и за 3 место)

1. Килограмм мяса с костями стоит 165 рублей, килограмм мяса без костей стоит 240 рублей, а килограмм костей стоит 40 рублей. Сколько граммов костей в килограмме мяса с костями?

Ответ. 375 граммов.

Решение. Пусть в килограмме мяса с костями x кило костей. Тогда $40x + 240 - x = 165$, откуда $x = 0,375$.

2. В семье трое братьев. Известно, что Коля родился на следующий год после того года, когда до рождения младшего из братьев оставалось 5 лет, а Ваня родился на два года раньше, чем среднему исполнилось 3 года. Сейчас Пете 10 лет. Сколько лет Ване и Коле?

Ответ. Ване сейчас 9 лет, а Коле – 13 лет.

Решение. Из второго условия про Ваню следует, что он младше среднего брата на 1 год, поэтому Ваня – младший. Коля же старше младшего на 4 года, поэтому он старший. Значит, Петя – средний, тогда Ване сейчас 9 лет, а Коле – 13 лет.

3. От шоссе к четырем поселкам А, В, С, D последовательно отходят четыре дороги.

Известно, что путь по дороге/шоссе/дороге от А до В равен 9 км, от А до С — 13 км, от В до С — 8 км, от В до D — 14 км. Найдите длину пути по дороге/шоссе/дороге от А до D. Ответ объясните.

Ответ: 19 км.

Решение. Сложим пути от А до С и от В до D. Тогда участок шоссе от поворота на В до поворота на С будет сосчитан дважды, а участки шоссе от поворота на А до поворота на В и от поворота на С до поворота на D, а также все четыре дороги от шоссе до посёлков — по одному разу. Поэтому, если мы теперь вычтем из получившейся суммы путь из В в С, в полученной разности будут учтены по одному разу все три отрезка шоссе и подъездные дороги до А и D, то есть как раз то, что составляет путь из А в D. Стало быть, длина этого пути равна $13 + 14 - 8 = 19$ км.

4. Какой может быть сумма цифр числа, делящегося на 7?

Ответ. Любое натуральное число, больше, либо равное 2.

Решение. Заметим, что числа 21 и 1001 делятся на 7, суммы их цифр равны 3 и 2

соответственно. Значит, чтобы получить сумму цифр, равную чётному числу n , нужно взять число, десятичная запись которого состоит из $n/2$ групп цифр 1001. Соответственно, чтобы получить сумму цифр, равную нечётному числу $2n + 1$, нужно взять число, десятичная запись которого состоит из n групп цифр 1001 и одной группы цифр 21.

Сумма же цифр, равная 1, получиться не может, потому что степени десятки на 7 не делятся.

Протокол математического боя (финал)
муниципального этапа математического турнира
«Шаг в математику»

№	Команда	ВЫЗОВ 1	ВЫЗОВ 2	ВЫЗОВ 3	ВЫЗОВ 4	ИТОГ
1						
2						

Жюри: